

۶ اگر دامنه و برد تابع خطی $f(x)$ به ترتیب به صورت $[-2, 6]$ و $[3, 7]$ باشد، آنگاه حاصل $f(0) + f(4)$ کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

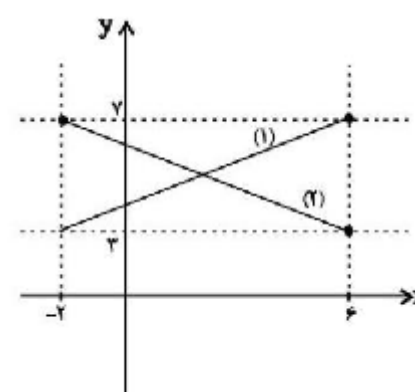
۶ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

گزینه «۴»

با توجه به دامنه و برد این تابع خطی، نمودار آن به یکی از صورت‌های زیر خواهد بود:



اگر نمودار مطابق حالت (۱) باشد، تابع خطی f شامل ۲ نقطه $(-2, 3)$ و $(6, 7)$ است.

$$\Rightarrow m = \frac{7-3}{6-(-2)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y - 7 = \frac{1}{2}(x - 6) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + 4$$

$$\Rightarrow f(0) + f(4) = 4 + 6 = 10$$

اما اگر نمودار مطابق حالت (۲) باشد، تابع خطی f شامل ۲ نقطه $(-2, 7)$ و $(6, 3)$ است:

$$\Rightarrow m = \frac{3-7}{6-(-2)} = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + 6$$

$$\Rightarrow f(0) + f(4) = 6 + 4 = 10$$

پس در هر دو حالت $f(0) + f(4) = 10$ است.

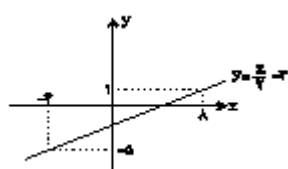
۷) اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x}{4} - 3$ برابر $[-4, 8]$ باشد و برد تابع $g(x) = 2x + 1$ برابر $[3, 9]$ باشد، آنگاه $R_f \cup D_g$ (اجتماع برد f و دامنه g) کدام است؟

- (۱) $[-4, 9]$ (۲) $[-5, 4]$ (۳) $[-4, 4] - \{1\}$ (۴) $\{1\}$

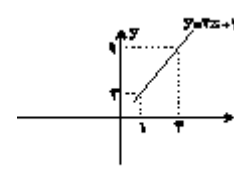
پاسخ: گزینه ۲

گزینه «۲»

به دو شکل زیر دقت کنید:



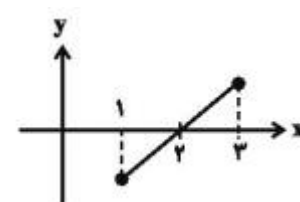
$$D_f = [-4, 8] \Rightarrow R_f = [-5, 1]$$



$$R_g = [3, 9] \Rightarrow D_f = [1, 4]$$

$$\Rightarrow R_f \cup D_g = [-5, 4]$$

۸) نمودار تابع f با نمایش جبری $f(x) = (a - 1)x - a$ به صورت زیر است. اشتراک دامنه و برد این تابع کدام است؟



- (۱) $\{1\}$
(۲) $[1, 3]$
(۳) $[1, 2]$
(۴) $\{3\}$

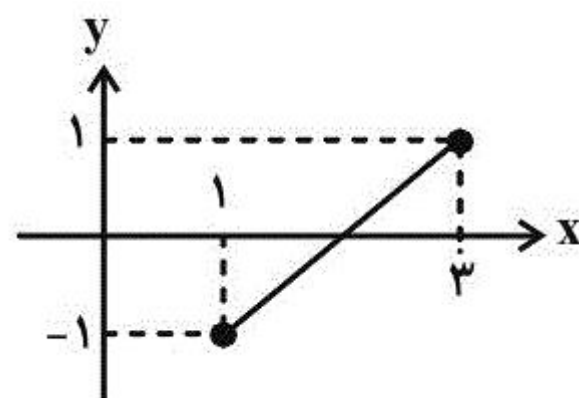
پاسخ: گزینه ۱

ابتدا توجه کنید که نقطه $(2, 0)$ متعلق به تابع است. پس $f(2) = 0$.

$$f(2) = 2(a - 1) - a = 0 \Rightarrow a = 2$$

در نتیجه $f(x) = x - 2$ و $f(1) = -1$ و $f(3) = 1$.

بنابراین مطابق شکل زیر دامنه تابع f بازه $[1, 3]$ و برد آن بازه $[-1, 1]$ است. اشتراک این مجموعه‌ها برابر $\{1\}$ است.



تابع f به صورت $f = \{(1, 16), (3, 9), (a, 1), (-4, a^2)\}$ مفروض است. اگر برد این تابع دارای ۳ عضو متمایز باشد، ۱ چند مقدار مختلف برای a وجود دارد؟

برد تابع f به صورت $\{16, 9, 1, a^2\}$ است پس a^2 باید برابر یکی از مقادیر ۱ یا ۱۶ یا ۹ باشد وگرنه تعداد اعضای برد بیش از ۳ عضو خواهد شد. البته باید توجه کرد که مؤلفه اول یکی از زوج مرتب‌های تابع f برابر a است، پس در نهایت باید امتحان کنیم مقدار به دست آمده برای a به گونه‌ای نباشد که تابع بودن رد شود:

$$a^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow \begin{cases} (1, 16) \in f \\ (1, 1) \in f \end{cases} \rightarrow f \text{ تابع نیست} \\ a = -1 \Rightarrow f \text{ تابع است} \end{cases}$$

$$a^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \Rightarrow \begin{cases} (3, 9) \in f \\ (3, 1) \in f \end{cases} \rightarrow f \text{ تابع نیست} \\ a = -3 \Rightarrow f \text{ تابع است} \end{cases}$$

$$a^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \Rightarrow f \text{ تابع است} \\ a = -4 \Rightarrow \begin{cases} (-4, 1) \in f \\ (-4, 16) \in f \end{cases} \rightarrow f \text{ تابع نیست} \end{cases}$$

بنابراین، برای a ، ۳ مقدار قابل قبول وجود دارد.